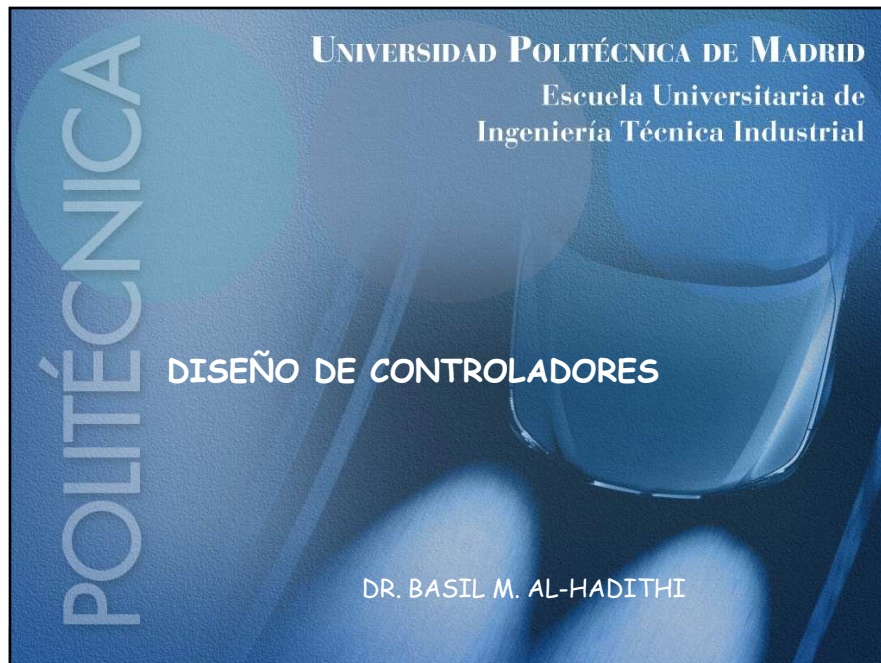




ESCUELA UNIVERSITARIA DE
INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

Diseño de controladores

- Definir objetivos de control sobre el sistema:
 - seguimiento de consigna.
 - buen comportamiento ante perturbaciones.
- Importante conocer:
 - perturbaciones del sistema.
 - existencia de no linealidades.
 - dinámica del proceso.
- Especificaciones de diseño:
 - minimizar efectos producidos por cambios de carga.
 - sensibilidad al ruido de la señal.
 - robustez ante incertidumbres del sistema.
 - seguimiento de consigna.



Análisis ante cambios de carga

NOTA: En la práctica, es más importante diseñar para un buen comportamiento ante cambios de carga que para cambios de consigna (generalmente los cambios de consigna no son frecuentes en un sistema pero si los cambios de carga).

- Perturbaciones debidas a cambios de carga:
 - Modifican el punto de funcionamiento del sistema.
 - Se modelan, generalmente, con señales tipo escalón.
 - Son de baja frecuencia.
 - Pueden entrar en el modelo del sistema en cualquier punto (entrada o salida).



Análisis ante cambios de carga

- Especificaciones de diseño:
 - Índices de error: parámetros de análisis del error debido a los cambios de carga sobre el sistema.

$$IE = \int_0^{\infty} e(t) dt$$

- Integral del error
- Integral del error absoluto
- Integral del error cuadrático

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt$$

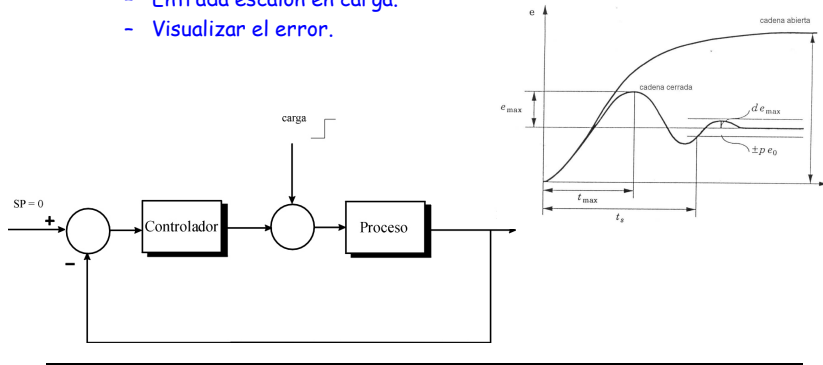
$$ISE = \int_0^{\infty} e^2(t) dt$$

- Inconvenientes:
 - Requiere mucho cálculo y simulación
 - Posteriormente diseñar, generalmente con criterios de optimización



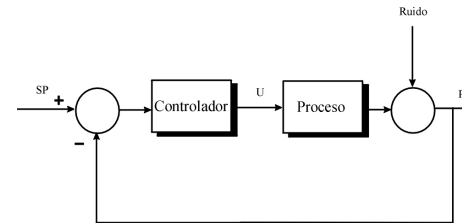
Análisis ante cambios de carga

- Analizar efectos sobre el sistema ante cambios de carga:
 - $SP = 0$
 - Entrada escalón en carga.
 - Visualizar el error.



Análisis del ruido

- El ruido r es una señal generalmente de alta frecuencia.
- Normalmente aparece en el modelo sumado a la salida.

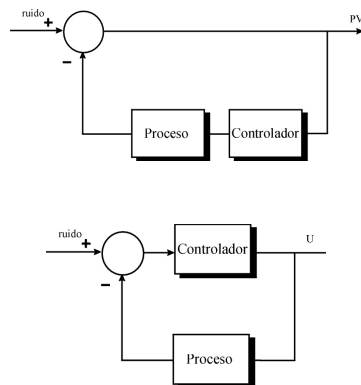




Análisis del ruido

- Especificaciones de diseño:

- Analizar efecto del ruido sobre la variable de proceso PV.
- Analizar efecto del ruido sobre la variable de control u.



Análisis del ruido

- Función sensibilidad S , es la función de transferencia PV/r:

$$S = \frac{pv}{r} = \frac{1}{1 + G_c G_p}$$

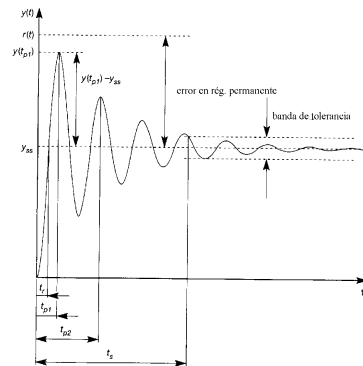
- A altas frecuencias $G_p G_c$ es generalmente bajo, lo que implica que la amplificación o atenuación del ruido depende de la K que se ajuste en el controlador.



Análisis para seguimiento de SP

- Especificaciones de diseño:

- Tiempo de pico
- Tiempo de subida
- Tiempo de establecimiento
- Pico de sobreoscilación
- Razón de decrecimiento
- Error en régimen permanente (empleo de índices de error)



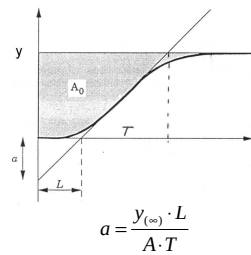
Métodos de diseño

- Empíricos:
 - Ziegler-Nichols (ZN) respuesta al escalón
 - Ziegler-Nichols (ZN) respuesta frecuencial
 - Chien-Hrones-Reswick (CHR)
- Analíticos:
 - Método del parámetro λ
 - Método Haalman
- Asignación directa de polos.
- Polos dominantes.



Métodos ZN

- ZN - respuesta al escalón: (no necesario modelo previo)
 - Se basan en el ensayo en cadena abierta ante entrada escalón.
 - Determinación del retraso L y constante de tiempo T
 - Obtener parámetros de la tabla

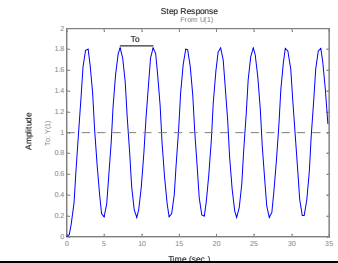
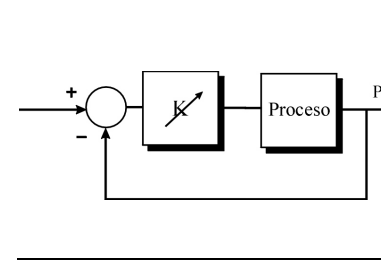


Controlador	K	Ti	Td
P	$1/a$	-	-
PI	$0.9/a$	$3L$	-
PID	$1.2/a$	$2L$	$L/2$



Métodos ZN

- ZN - respuesta frecuencial:
 - Se basan en el ensayo en cadena cerrada con controlador P.
 - Variar K hasta mantener oscilación en la salida.
 - Medir periodo de oscilación T_o y ganancia K_o





Métodos ZN

- Obtener parámetros de la tabla

Controlador	K	Ti	Td
P	$0.5K_o$	-	-
PI	$0.4K_o$	$0.8T_o$	-
PID	$0.6K_o$	$0.5T_o$	$0.125T_o$



Métodos ZN

- Los métodos de ZN proporcionan buena respuesta ante cambios de carga.
- Criterio de diseño: consiguen una razón de decrecimiento de $1/4$, lo que da un $\zeta = 0.22$ (muy subamortiguado).
- Ante cambios de consigna la salida puede no responder de forma óptima, generalmente de pobre amortiguación.
- Si no cumple los requisitos, REAJUSTAR.
- La ganancia obtenida del primer método (escalón) es mayor que la del segundo (frecuencia).



Método Chien-Hrones-Reswick

- Variante del método de ZN.
- Criterio de diseño:
 - Rápida respuesta con 20% de sobreoscilación.
 - Rápida respuesta con 0% de sobreoscilación.
- Ajuste de parámetros distintos para cambios de carga o cambios de SP.
- Para cambios de carga: uso de parámetros a y L .
- Para cambios de SP: uso de parámetros a , L y T .
- Consigue un 0% de sobreoscilación disminuyendo el valor de K y T_d y aumentando el valor de T_i con respecto al método de ZN.



Método Chien-Hrones-Reswick

Parámetros controlador para situaciones de cambio de carga

Sobreoscilación	0%			20%		
	K	Ti	Td	K	Ti	Td
P	0.3/a	-	-	0.7/a	-	-
PI	0.6/a	4L	-	0.7/a	2.3L	-
PID	0.95/a	2.4L	0.42L	1.2/a	2L	0.42L



Método Chien-Hrones-Reswick

Parámetros controlador para situaciones de cambio de SP

Sobreoscilación	0%			20%		
Controlador	K	Ti	Td	K	Ti	Td
P	0.3/a	-	-	0.7/a	-	-
PI	0.35/a	1.2T	-	0.6/a	T	-
PID	0.6/a	T	0.5L	0.95/a	1.4T	0.47L



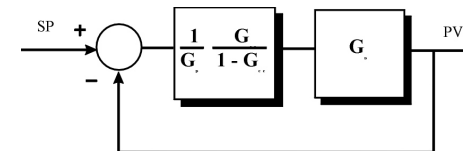
Métodos analíticos

- Cálculo directo de la FDT del controlador G_c .
- Se parte del conocimiento de la FDT del proceso G_p .
- Es dato de diseño la FDT del conjunto en cadena cerrada G_{cc} :

$$G_{cc} = \frac{G_c G_p}{1 + G_c G_p}$$

$$G_c = \frac{1}{G_p} \frac{G_{cc}}{1 - G_{cc}}$$

requerimientos de funcionamiento del sistema



- G_c cancela todos los polos y ceros del proceso G_p .



Método del parámetro λ

- Para sistemas con elevados retrasos (L grandes).
- Produce acción correctora "predictiva" mejor que la acción D.
- Se obtienen mejores resultados que con el PID estándar.
- Ejemplo:

$$G_p = \frac{Kp}{1+Ts} \cdot e^{-sL} \quad \text{modelo del proceso}$$

$$G_{cc} = \frac{e^{-sL}}{1+\lambda Ts} \quad \text{"comportamiento deseado en cadena cerrada"}$$

- Con $\lambda=1$, constantes de tiempo de G_{cc} y G_p iguales
- Con $\lambda>1$, respuesta en c. cerrada más lenta que en c. abierta
- Con $\lambda<1$, respuesta en c. cerrada más rápida que en c. abierta



Método del parámetro λ

- FDT del controlador,

$$G_c = \frac{1}{G_p} \frac{G_{cc}}{1-G_{cc}} = \frac{1+Ts}{Kp(1+\lambda Ts - e^{-sL})}$$

Con $L=0$ se tiene un PI estándar

- Controlador PI con efecto predictivo, basado en los valores pasados de la variable de control u :

$$U(s) = \frac{1}{\lambda Kp} \left(1 + \frac{1}{Ts} \right) E(s) - \frac{1}{\lambda Ts} (1 - e^{-sL}) U(s)$$




Método Haalman

- Predeterminar una función ideal para la cadena directa G_i .
- Determinar el controlador de la forma: $G_c = G_i/G_p$.
- Seleccionando sencillas G_i y G_p se obtienen controladores PI y PID.
- Existen varias propuestas de selección de G_i .
- Propuesta de Haalman: (para modelos con retardo) $G_i = \frac{2}{3Ls} e^{-sL}$

- Ejemplo:

$$\left\{ \begin{array}{l} G_p = \frac{e^{-sL}}{1+Ts} \Rightarrow PI \left\{ \begin{array}{l} K = \frac{2T}{3L} \\ T_i = T \end{array} \right. \\ G_p = \frac{e^{-sL}}{(1+T_1s)(1+T_2s)} \Rightarrow PID \left\{ \begin{array}{l} K = \frac{2}{3L} (T_1 + T_2) \\ T_i = T_1 + T_2 \\ T_d = \frac{T_1 \cdot T_2}{T_1 + T_2} \end{array} \right. \end{array} \right.$$



Inconvenientes Métodos Analíticos

- El controlador cancela TODOS los polos y ceros del sistema.
- Mal comportamiento ante variaciones de carga en el sistema.
- Pobre respuesta si se cancelan polos lentos ($T \uparrow$, cerca de 0).
- Pobre respuesta si se cancelan polos muy oscilatorios ($\zeta \downarrow$).
- Criterios de elección de G_{cc} , G_i .
- Si el retardo (L) es dominante frente a la constante de tiempo (T), no existe inconveniente en la cancelación de polos y ceros.



Asignación directa de polos

- Se conoce la FDT del proceso G_p .
- Determinar controlador a partir de la posición deseada de TODOS los polos del sistema en c. cerrada.
- Se aplica a:
 - Sistemas de 1^{er} orden $\rightarrow$ PI
 - Sistemas de 2^o orden $\rightarrow$ PID
 - Sistemas orden superior $\rightarrow$ aproximar a 1^{er} o 2^o orden
- Inconveniente: si el proceso a controlar es complejo se obtienen controladores complejos.



Asignación directa de polos

- Ejemplo diseño PI
posición polos en c. cerrada determinada por ζ y ω_n

$$G_p = \frac{K_p}{1+Ts}$$

$$G_c = K \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right)$$

$$G_{cc} = \frac{G_c G_p}{1 + G_c G_p}$$

igualando ecuaciones características:

$$1 + G_c G_p = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$$



$$K = \frac{2\zeta\omega_n T - 1}{K_p}$$

$$T_i = \frac{2\zeta\omega_n T - 1}{\omega_n^2 T}$$

- Para K positiva $2\zeta\omega_n T > 1 \Rightarrow \omega_n > 1/(2\zeta T)$



Asignación directa de polos

• Ejemplo diseño PID

posición polos dominantes determinada por ζ y ω_n ,
más polo real en $-\alpha \omega_n$

igualando ecuaciones características:

$$1 + G_c G_p = (s + \alpha \omega_n)(s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2)$$
$$G_p = \frac{Kp}{(1+T_1s)(1+T_2s)}$$
$$G_c = K \left(\frac{1+T_1s+T_1T_d s^2}{T_1s} \right)$$
$$G_{cc} = \frac{G_c G_p}{1+G_c G_p}$$
$$K = \frac{T_1 T_2 \omega_n^2 (1 + 2\alpha \zeta) - 1}{Kp}$$
$$T_i = \frac{T_1 T_2 \omega_n^2 (1 + 2\alpha \zeta) - 1}{T_1 T_2 \alpha \omega_n^3}$$
$$T_d = \frac{T_1 T_2 \omega (\alpha + 2\zeta) - T_1 - T_2}{T_1 T_2 \omega^2 (1 + 2\alpha \zeta) - 1}$$



Asignación directa de polos

- NOTA: si se implementa estructura de SP ponderado, esta estructura posiciona un cero en $s = -1/(bT_i)$
- Caso PI: ajustar b para que el cero quede a la izquierda del polo dominante, ejemplo
 $s = -\omega_n \Rightarrow b = 1/\omega_n T_i$
- Caso PID: ajustar b para que el cero cancele el polo en $-\alpha \omega_n$, luego,
 $b = 1/\alpha \omega_n T_i$



Aproximación a 1^{er} y 2^o orden

- Caso de sistemas de orden superior $\Rightarrow$ APROXIMAR
 - Si 1^{er} orden $\rightarrow$ PI con P_d en ζ y ω_n
 - Si 2^o orden $\rightarrow$ PID con P_d en ζ , ω_n más polo real
- Ejemplos:

$$G_p = \frac{1}{(1+T_1s)(1+T_2s)(1+T_3s)} \approx \begin{cases} \frac{1}{1+(T_1+T_2+T_3)s} \\ \frac{1}{(1+T_3s)(1+(T_1+T_2)s)} \end{cases}$$

con $T_1 < T_2 < T_3$



Polos dominantes

- Se conoce la FDT del proceso G_p .
- Determinación del controlador a partir de la posición deseada de SÓLO algunos polos del sistema en cadena cerrada.
- Se pueden obtener controladores sencillos para sistemas complejos.
- Inconveniente: mucho cálculo.



P.Dominantes: método Cohen-Coon

- Método empírico para sistemas con retardos del tipo:

$$G_p = \frac{Kp}{1+Ts} \cdot e^{-sL}$$

- Criterio de diseño: buen comportamiento ante variaciones de carga.
razón decrecimiento $d = 0.25$
- Emplea parámetros a , L , T para ajuste del controlador.
- En controladores P, PD se consiguen elevadas K .
- En controladores PI, PID se consiguen elevadas K_i .
- A diferencia de ZN, este método toma en cuenta L y T (τ en la tabla) para ajustar los tiempos de la acción I y D.



P.Dominantes: método Cohen-Coon

Controlador	K	Ti	Td
P	$\frac{1}{a} \left(1 + \frac{0.35\tau}{1-\tau} \right)$	-	-
PI	$\frac{0.9}{a} \left(1 + \frac{0.92\tau}{1-\tau} \right)$	$\left(\frac{3.3-3\tau}{1+1.2\tau} \right) L$	-
PD	$\frac{1.24}{a} \left(1 + \frac{0.13\tau}{1-\tau} \right)$	-	$\left(\frac{0.27-0.36\tau}{1-0.87\tau} \right) L$
PID	$\frac{1.35}{a} \left(1 + \frac{0.18\tau}{1-\tau} \right)$	$\left(\frac{2.5-2\tau}{1-0.39\tau} \right) L$	$\left(\frac{0.37-0.37\tau}{1-0.81\tau} \right) L$